

OLIMPIADA LOCALĂ DE MATEMATICĂ

13 FEBRUARIE 2010

CLASA A X- A MATE-INFO

1. Arătați că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dată prin:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^x} & x \in (-\infty, 0) \\ \cos x & x \in [0, \pi] \\ -\frac{1}{\pi} \cdot x & x \in (\pi, \infty) \end{cases}$$

este inversabilă și determinați inversa sa.

2. Rezolvați ecuațiile:

a) $5\sqrt{x+4} = x+10$;

b) $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x + \left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x = 10$;

c) $3\log_x 16 - 4\log_{16} x = 2\log_2 x$;

d) $\tan x + \sin x = 2\sin^2 \frac{x}{2}$.

3. Rezolvați ecuația: $2^{\sin x} + 2^{\cos x} = 3$.

4. Numerele $z_1, z_2 \in \mathbb{C}^*$ astfel încât $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$. Demonstrați că există $a > 0$ astfel încât $z_1 = az_2$.

NOTA

Toate subiectele sunt obligatorii; fiecare subiect are 7 puncte; timp de lucru 3 ore.